

情報基礎学 e (高橋)

期末試験 (05/2/10 7-8 限 S622 講義室)

教科書・ノート持ち込み不可

1 ページに 1 問回答せよ。1 問各 20 点。1 ページに書き切れないときは裏面を使い、表面に裏面を使うことを明記せよ。

1. (a) 以下に示す集合をすべての元を書き並べる表記法で示せ。

(i) 2^\emptyset (ii) 2^{2^\emptyset} (iii) $\{a, b\} \times \emptyset$

(b) A を空でない集合とする。次に示す写像の数を示せ。

(i) $A \rightarrow \emptyset$ (ii) $\emptyset \rightarrow A$

(c) 自然数 (0 以上の整数) の集合から整数の集合への全単射を一つ示せ。

(d) $R = \{(a, c), (b, c), (c, d)\}$ を集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 上の関係 $R: A \rightarrow A$ とする。以下の関係を示せ。

(i) R^0 (ii) $R^2 = R \cdot R$ (iii) R^+

2. (a) 否定 (\neg), 論理積 (\wedge), 論理和 (\vee), 排他的論理和 (\oplus), NAND ($|$), NOR (\downarrow), 含意 (\Rightarrow), 同値 (\Leftrightarrow) の真理値表を書け。

(b) 否定 (\neg), 論理積 (\wedge), 論理和 (\vee) をそれぞれ NOR (\downarrow) のみを用いて、できるかぎり簡単に表現せよ。

3. m, n を自然数とする。

(a) 次の論理式の真偽を理由をつけて答えよ。

i. $\forall m \exists n [m > n^2]$ iii. $\forall m \exists n [m \geq n^2]$

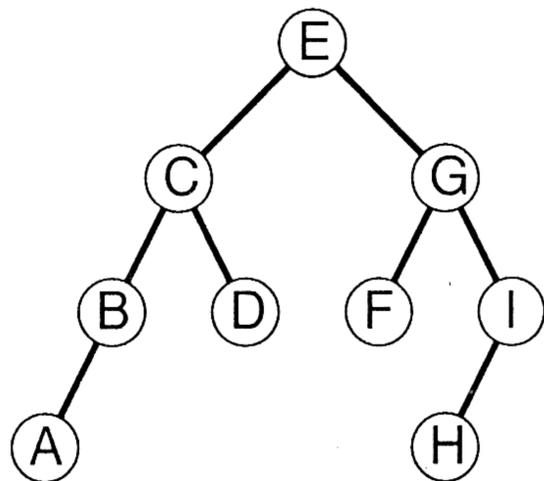
ii. $\exists m \exists n [m > n^2]$ iv. $\exists m \forall n [m \geq n^2]$

(b) $\neg \forall m \neg \exists n \neg P(m, n)$ を \exists を用いずにできるだけ簡単に表現せよ。

(c) $\neg \forall m \neg \exists n \neg P(m, n)$ が真となる述語 $P(m, n)$ の例をあげよ。述語は式で述べても、言葉で述べてもどちらでもよい。

[裏へ続く]

4. (a) 点数 n ($n \geq 1$) の 2 分木の高さの上限, 下限を示せ. ただし, 根から葉までのパスに含まれる辺数の最大値を木の高さとする.
- (b) 次の 2 分木を (i) 前順序, (ii) 中順序, (iii) 後順序, で表現せよ (巡回順に点のラベルを書け).



- (c) 中順序で $ABCDEFGHI$, 後順序で $ACBEDHGI$ と表される木を描け.
5. (a) n 個 ($n > 0$) の要素からなるソートされた配列から, ある要素を 2 分探索で探索するアルゴリズム (手順) を示せ.
- (b) (a) の 2 分探索アルゴリズムで, 100 個の要素からなるソートされた配列からある要素を探索したところ, 配列の前から 48 番目にあることがわかった. このとき, 配列中の前から何番目の要素が調べられたか, 調べられた順に列挙せよ. (例えば, 前から 1 番目, 100 番目, 48 番目の順であれば, 1, 100, 48 と答えよ)
- (c) (a) の 2 分探索アルゴリズムで n 個の要素からなるソートされた配列からある要素を探索するとき, 要素を調べる回数は最大で何回か答えよ.