情報ネットワーク設計論期末試験問題

酒井，山岡

平成 17 年 2 月 14 日

問 1: ポアソン分布の性質について (ア) から (ク) を埋めよ．

到着率 λ，時間 t におけるポアソン分布 $P(k)$ は，次の式

$$P(k) = \frac{(\lambda t)^k \cdot e^{-\lambda t}}{k!}$$

で与えられる．この式は，(ア) に発生する事象において，単位時間あたりに発生する事象の平均発生回数が (イ) である場合の，(ウ) の間に事象が (エ) 回発生する確率を表している．ポアソン分布の平均は λt，分散は (オ) となり，待ち行列理論の解析において非常に扱いやすい分布である．

平均が $\lambda_1 t$ と $\lambda_2 t$ の 2 つの独立なポアソン分布に従う事象が発生する場合，これらをこれらをあわせた事象は，平均 (カ) のポアソン分布に等しい．従って，ある駅の東口と西口に到着する客を観測した結果，東口には 1 分あたり平均 2 人，西口には 1 分あたり平均 0.5 人のポアソン分布に従っていたとする．この時，西口に 10 分間に 3 人ちょうど客が到着する確率は (キ)，東口と西口をあわせて 2 分間に到着する客の数が 3 人以上到着する確率は (ク) となる．ただし，$e = 2.72$ とする．

注: (ア) は言葉，(イ)〜(エ) は文字，(オ)，(カ) は数式，(キ)，(ク) は数値である．

問 2: 待ち行列システムについて次の (ア) から (ク) を埋めよ．

平均到着率 λ，平均処理時間 $s = \frac{1}{\mu}$ の M/M/1 および M/D/1 システムを考える．この時，M/M/1 および M/D/1 の平均システム遅延 D_M および D_D は，$\frac{\lambda}{\mu} = \rho$ とおいて，それぞれ

$$D_M = \frac{1}{\mu(1-\rho)} \qquad D_D = \frac{1}{\mu(1-\rho)}\left(1 - \frac{\rho}{2}\right)$$

である．この時，M/M/1 システム内の平均ジョブ数は (ア)，平均待ち時間は (イ) となる．また，M/D/1 システム内の平均ジョブ数は (ウ)，平均待ち時間は (エ) となる．

ある出力伝送速度が $100(kb/s)$ の性能を持つパケット交換機に，到着率 100(パケット$/s$) でパケットが到着するものとする．パケットサイズが固定で $100(Bytes)$ の場合，交換機内平均パケット数は (オ)，交換機通過時間の期待値は (カ) となる．また，パケットサイズが平均 $100(Bytes)$ の指数分布に従う場合，交換機内平均パケット数は (キ)，交換機通過時間の期待値は (ク) となる．

ただし，$1kbit = 1000bit$，$1Bytes = 8bit$ とする．

注: (ア)〜(エ) は文字もしくは数式，(オ)〜(ク) は数値である．

問 3: 並列システムについて (ア) から (エ) を埋めよ．

2 個のサブシステムからなる並列システムがあり，この 1 個のサブシステムが故障してもシステムは正常動作するものとする．このシステムは修理を行いながら使用するものとし，各々のサブシステムの故障が，故障率 λ のポアソン過程に従って独立に生じ，1 個のサブシステムの修理に要する時間 (平均修理時間 (MTTR)) が平均 $1/\mu$ の指数分布に従うものとする．この時，あるサブシステムの 1 つの故障から次の故障までの平均時間 (平均故障間隔 (MTBF)) は (ア) である．

定常状態にあるとき，サブシステム動作台数が 2 個から 1 個，1 個から 0 個に状態遷移する確率は，それぞれ 2λ，λ となる．従って，同時に 2 個のサブシステムを修理可能な場合，$\frac{\lambda}{\mu} = \rho$ とおいて定常状態方程式を解き，サブシステムが 2 個とも壊れている確率は (イ)，並列システムとしての稼働率 (システムが正常動作する確率) は (ウ) と求められる．また，同時に修理可能なサブシステム数が 1 個の場合の稼働率は (エ) と求められる．

注: (ア)〜(エ) は全て文字もしくは数式である．

情報ネットワーク設計論期末試験解答

酒井，山岡

平成17年2月14日

(ア) ランダム，時間に無記憶，など　(イ) λ　(ウ) t　(エ) k

(オ) λt

(カ) $(\lambda_1 + \lambda_2)t$

(キ) 0.140　(ク) 0.124

問2:

(ア) $\lambda \times D_M = \frac{\rho}{1-\rho}$　(イ)$D_M - s = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$

(ウ) $\lambda \times D_D = \frac{\rho}{1-\rho}\left(1 - \frac{\rho}{2}\right)$　(エ) $D_D - s = \frac{\rho}{2\mu(1-\rho)}$

(オ)$\rho = 0.8$ より $\frac{\rho}{1-\rho} = 4$　(カ) $\frac{1}{\mu(1-\rho)} = 0.04(s)$

(キ)$\frac{\rho}{1-\rho}\left(1 - \frac{\rho}{2}\right) = 2.4$　(ク)$\frac{1}{\mu(1-\rho)}\left(1 - \frac{\rho}{2}\right) = 0.024(s)$

問3:

(ア) $\frac{1}{\lambda}$

(イ) $P(0) = \frac{\rho^2}{1+2\rho+\rho^2}$

(ウ) $1 - P(0) = \frac{1+2\rho}{1+2\rho+\rho^2}$

(エ) $\frac{1+2\rho}{1+2\rho+2\rho^2}$